

(٤٠ درجة لكل تمرين)

أولاً: حل التمارين الأربعة الآتية:

١. أوجد عدد نقط تقاطع أقطار مضلع محدب ذو سبعة رؤوس.

٢. بفرض المجموعة $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

• كم عدد يمكن تشكيله من أرقام المجموعة S مؤلف من ثلاث مراتب مختلفة و يقبل القسمة على (2) و أكبر من (400).

٣. أوجد مجموعة حلول المتراجحة: $2e^{2x} + e^x - 3 < 0$ في (\mathbb{R}) .

٤. أوجد حل المعادلة: $2y' + 3y - 1 = 0$ الذي يكون ميل المماس لخطه البياني في نقطة منه فاصلتها $(x = 2)$ مساوياً $(\frac{1}{2})$

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

١. f معرف على (\mathbb{R}) وفق: $f(x) = \cos^4 x$

• أوجد $f'(x)$ ، $f''(x)$

• أثبت أن: $f(x) = \frac{3}{4}\cos^2 x - \frac{1}{16}f''(x)$ ، و استنتج تابعاً أصلياً للتابع f .

٢. في معلم متجانس $(\vec{0}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقط:

$A(-1, 0, 2)$ $B(0, 0, 1)$

$D(2, -1, 1)$ $C(-1, 1, 1)$

• أثبت أن النقط A و B و C رؤوس مثلث.

• أثبت أن $\vec{n}(1, 1, 1)$ ناظم المستوي (ABC) ثم اكتب معادلة له.

• أثبت أن النقطة D لا تنتمي لهذا المستوي، وأوجد إحداثيات D' المسقط القائم للنقطة D على هذا المستوي

٣. متوازي سطوح المبين في الشكل المجاور:

فيه I مركز ثقل المثلث AHC

أثبت أن: I تقع على المستقيم (FD)

$$u_1 = \frac{5}{2}$$

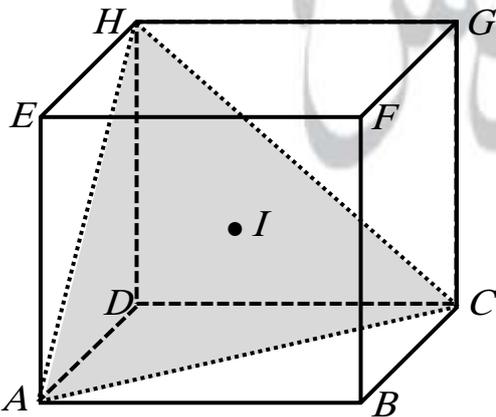
$$u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$$

٤. لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة وفق:

• أثبت بالتدريج أن $(2 \leq u_n \leq 3)$.

• أثبت أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متناقصة.

• أثبت أنها متقاربة، و احسب نهايتها.



المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني لتابع f معرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = (x+1) \cdot e^{-x}$

- ① ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.
- ② استنتج وجود مستقيم مقارب للخط C ، ثم ارسم C .
- ③ ناقش (بحسب قيم m) عدد حلول المعادلة $m e^x - x - 1 = 0$
- ④ احسب مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيمين $x = -1$ و $x = \ln 2$
- ⑤ عيّن a و b و c ليكون التابع $F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-2x}$ تابعاً أصلياً للتابع $(f(x))^2$ على \mathbb{R} .

المسألة الثانية:

يحتوي صندوق 8 كرات متماثلة بالحجم، أربعة منها حمراء تحمل الأرقام 1, 1, 1, 2 ، و ثلاثة سوداء تحمل الأرقام 0, 1, 1 ، و واحدة خضراء تحمل الرقم 2. أولاً: نسحب عشوائياً كرتين بالتتالي دون إعادة و نفرض الحدثين :

A : للكرتين اللون ذاته B : مجموع رقمي الكرتين 2 ، و المطلوب:

- ① احسب احتمال كل من A ، B ، $A \cap B$
 - ② هل A و B مستقلان احتمالياً.
 - ③ إذا علمت أن الكرتين المسحوبتين لهما اللون ذاته، فما احتمال أن يكون مجموعهما 2 ؟
- ثانياً: بفرض X متحولاً عشوائياً يدل على عدد الكرات الحمراء بين الكرات المسحوبة،

- اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي.
- ثم اكتب جدول قانونه الاحتمالي .
- و احسب توقعه الرياضي و الانحراف المعياري.

❖ انتهت الأسئلة ❖